Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

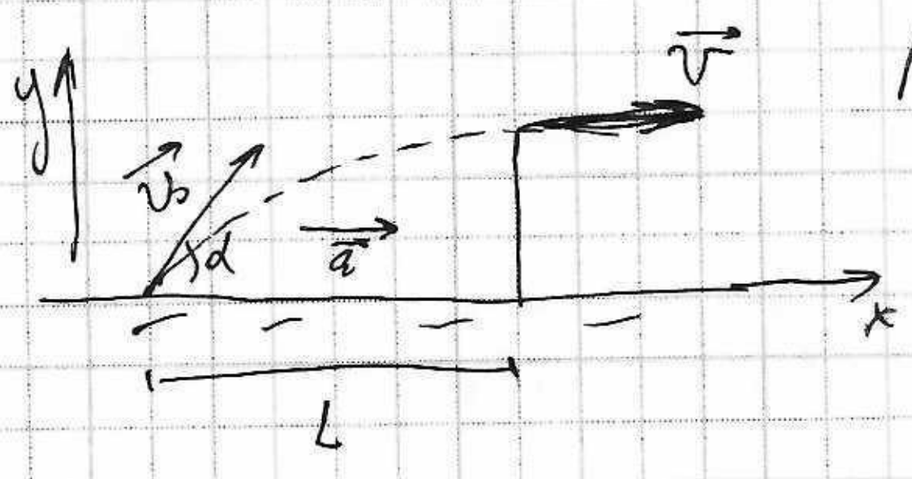
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Для билета

Вариант задания 2

Лист работы 1 из 4

№1



$t = 8{,}8\,с$

$L = 6{,}4\,м$

$v = v_0$

$v_0 = ?$

$a = ?$

По Ox

① $L = v_0 t - \frac{at^2}{2}$

② $L = v_0 \cos\alpha\, t + \frac{at^2}{2}$;

По Oy

③ $v_0 = v_0 \cos\alpha + at$

④ $v_0 \sin\alpha = gt$

③ $v_0 \cos\alpha = v_0 - at$

④ $v_0 \sin\alpha = gt$

$v_0^2 = (v_0 - at)^2 + g^2 t^2$

$v_0^2 = v_0^2 - 2v_0 at + a^2 t^2 + g^2 t^2$

$2v_0 at = t^2(a^2 + g^2)$

$v_0 = \frac{t(a^2+g^2)}{2a}$

①+②

$2L = t(v_0 + v_0\cos\alpha) = t(2v_0 - at)$

$2L = t\left(\frac{t(a^2+g^2)}{a} - at\right)$; $2L = t\left(\frac{tg^2}{a}\right)$

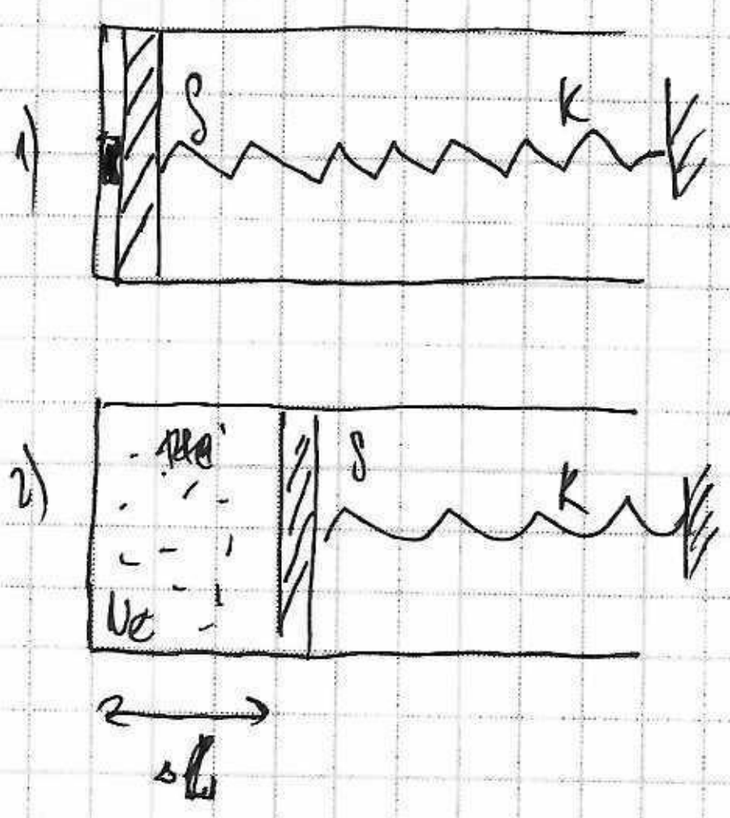
$a = \frac{2L}{t^2}\,g^2 = 5\,м/с^2$

$v_0 = \frac{t(a^2+g^2)}{2a} = 10\,м/с$

Ответ: $a = 5\,м/с$ $v_0 = 10\,м/с$

Можно использовать оборот листа для записи решений

№4



$\Delta l = 5$ см

$Q = 12$ кДж

$p_0 = 0$

S - площадь поршня

K - жесткость пружины

$i = 3$

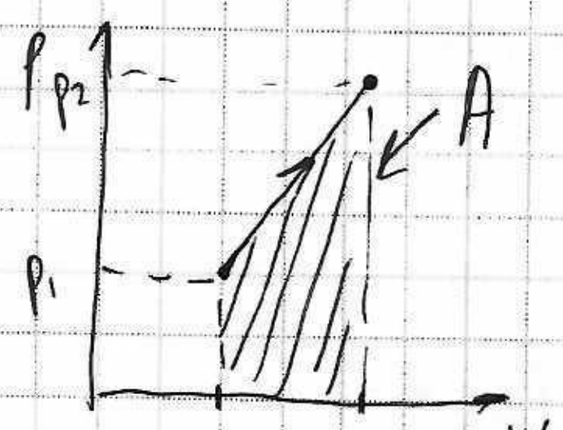
Пусть l - смещение поршня в любой момент врем

$pS = kl \Rightarrow$

$\Rightarrow p \sim l$ (S=const, k=const)

$V = Sl \Rightarrow V \sim l$

$\begin{cases} p \sim l \\ V \sim l \end{cases} \Rightarrow p \sim V \Rightarrow$ В координатах $p(V)$ график представляет из себя прямую



Равновесие поршня в 2:

① $p_1 S = k_0 \Delta L \quad p_1 = \frac{k_0 \Delta L}{S}$

М-К состояние 2:

② $p_1 S_0 L = \nu R T_1$

Равновесие поршня в 3:

③ $p_2 S = 3k \Delta L$

М-К состояние 3

④ $p_2 3S_0 L = \nu R T_{12}$

Ещё

⑤ $Q = A + \Delta U$

$Q = A + \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_3)$

из ①, ②

$\frac{k_0 \Delta L}{S} \cdot S_0 \Delta L = \nu R T_1$

из ③, ④

$\frac{3k \Delta L}{S} \cdot 3S \cdot \Delta L = \nu R T_2$

$\nu R (T_2 - T_1) = 9k \Delta L^2 - k \Delta L^2$

$\boxed{\nu R (T_2 - T_1) = 8k \Delta L^2} \Rightarrow Q = A + \frac{3}{2} 8k \Delta L^2$

$A = \frac{p_1 + p_2}{2} \cdot (V_2 - V_1) = \frac{\frac{k_0 \Delta L}{S} + \frac{3k \Delta L}{S}}{2} \cdot (3S \Delta L - S \Delta L) =$

$= 2k \Delta L \cdot 2 \Delta L = \boxed{4k \Delta L^2 = A}$

$Q = 4k \Delta L^2 + 12k \Delta L^2 \Rightarrow k = \frac{Q}{16 \Delta L^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow A = \frac{1}{4} Q = 3$ кДж Ответ: $A = 3$ кДж

olymp.bmstu.ru

№5

$T = const$

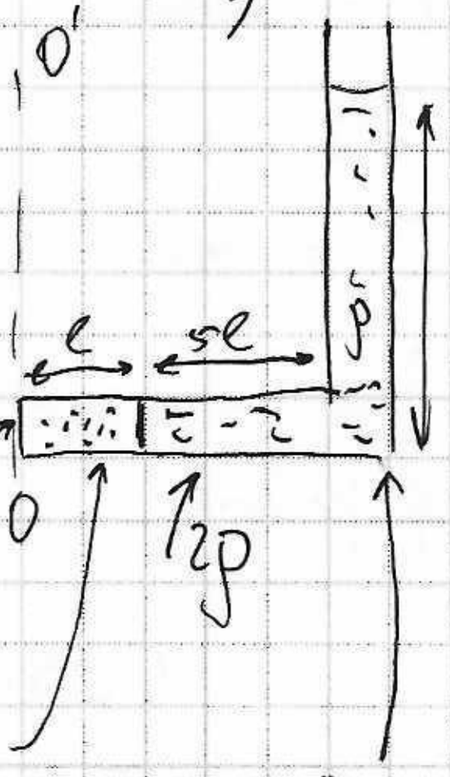
ℓ

$2p$

$p_0 = 0$

$\omega = ?$

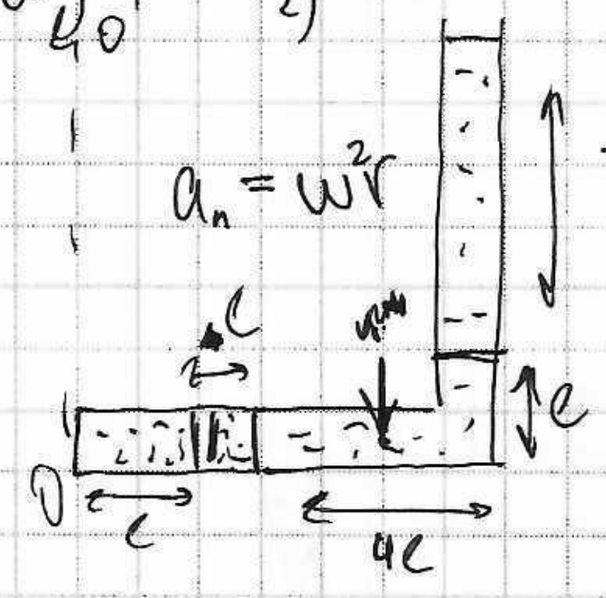
1)



$p_{газа} = p_2 = p_т$

$p_2 = 7\rho g \ell$

2)



МК для газа из положения 2

$p_2' \cdot S \cdot 2\ell = \nu RT = const$

$\Rightarrow p_2' = \frac{1}{2} p_2 =$

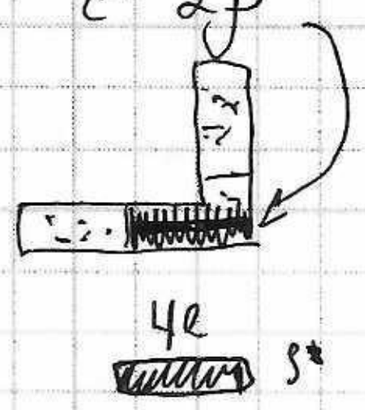
$= \frac{7}{2} \rho g \ell$

М-К ①

$p_2 S \ell = \boxed{\nu RT}$ const

$7\rho g \ell \cdot S \cdot \ell = \nu RT$

Вид записываем II ЗН для прямолинейного участка трубки с 2ρ



$m = 2\rho S \cdot 4\ell$

$a_n = \omega^2 r$

$r = 4\ell$

$(7\rho g \ell + 2\rho g \ell) S^* - p_2' \cdot S^* = m a_n$

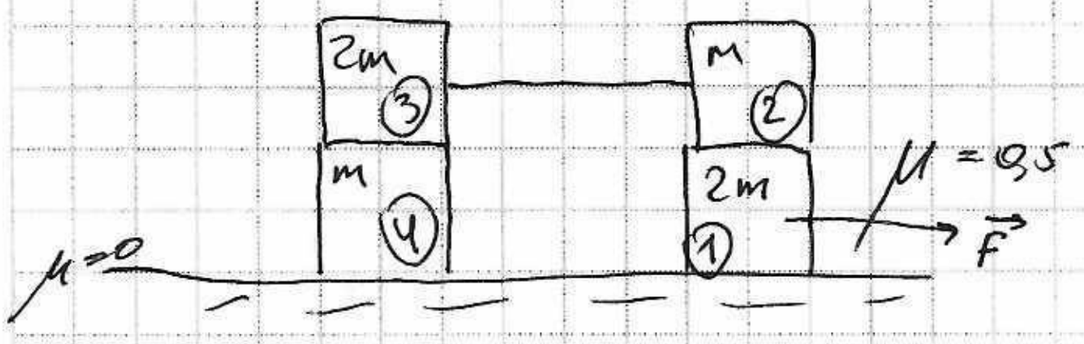
$9 \rho g \ell - \frac{7}{2} \rho g \ell = 2\rho \cdot 4\ell \cdot \omega^2 \cdot 4\ell$

$\frac{11}{2} g = 32 \omega^2 \ell$

$\omega = \sqrt{\frac{11g}{64\ell}} = \frac{\sqrt{11g}}{8\sqrt{\ell}}$

Ответ: $\frac{\sqrt{11g}}{\ell} \cdot \frac{1}{8} \approx 0{,}41\sqrt{\frac{g}{\ell}}$

№ 3



$T_0 = 10$ Н

$m = 2m$

$\mu = 0{,}5$

$F(t)$

Пусть сила трения, действующая на ф_1 груз №1 равна $F_{тр_1}$

II ЗН для 1 гр

$F - F_{тр_1} = 2ma$

II ЗН для 2

$F_{тр_1} - T = ma$

II ЗН для 3

$T - F_{тр_2} = 2ma$

I ЗН для 4

$F_{тр_2} = ma$

Для системы:

$F = 6ma$

Получается, что предельный случай $F = 15$ Н, при такой силе ускорение грузов будет равно $\frac{5}{4}$ м/с^2, значит в следующем его произойдет проскальзывание между 1 и 2 грузом и система разрушится $\Rightarrow t_0 = t_{разр}$

$\Rightarrow F(t_0) = 15$ Н $\Rightarrow t_0 = 14$ с (Из графика)

Ответ: $t_0 = 14$ с

Пока система не разрушилась ускорение всех грузов равно (2)

II ЗН для 1 груза

$F - \mu mg = 2ma$

II ЗН для 2 груза

$\mu mg - T = ma$

II ЗН для 3

$T - 2\mu mg = 2ma$

ОДЗ:

$T \leq T_0$

$F_{тр_2} \leq \mu mg$

$F_{тр_2} \leq 2\mu mg$

$F = 6ma$

$F_{тр_1} = 4ma$

$4ma < \mu mg$

$a < \frac{\mu g}{4}$

$a < \frac{5}{4}$ м/с^2

$3ma \leq T_0$

$a \leq \frac{T_0}{3m}$

$a \leq \frac{5}{3}$ м/с^2

$T = 3ma$

$F \leq 6ma$

$F \leq 15$ Н

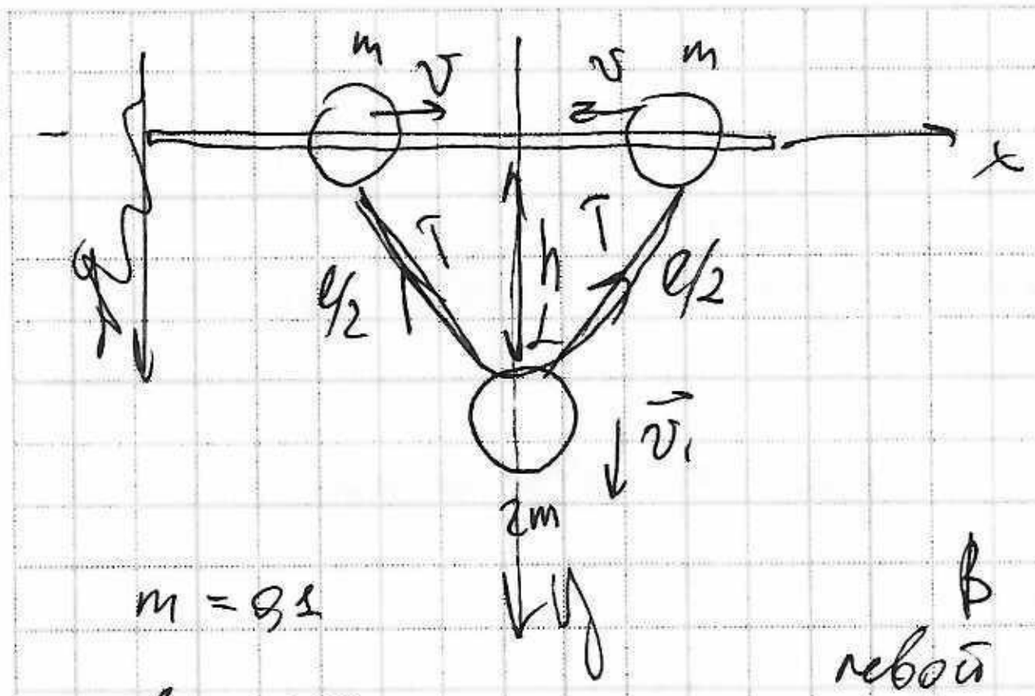
$a < \frac{5}{4}$ м/с^2

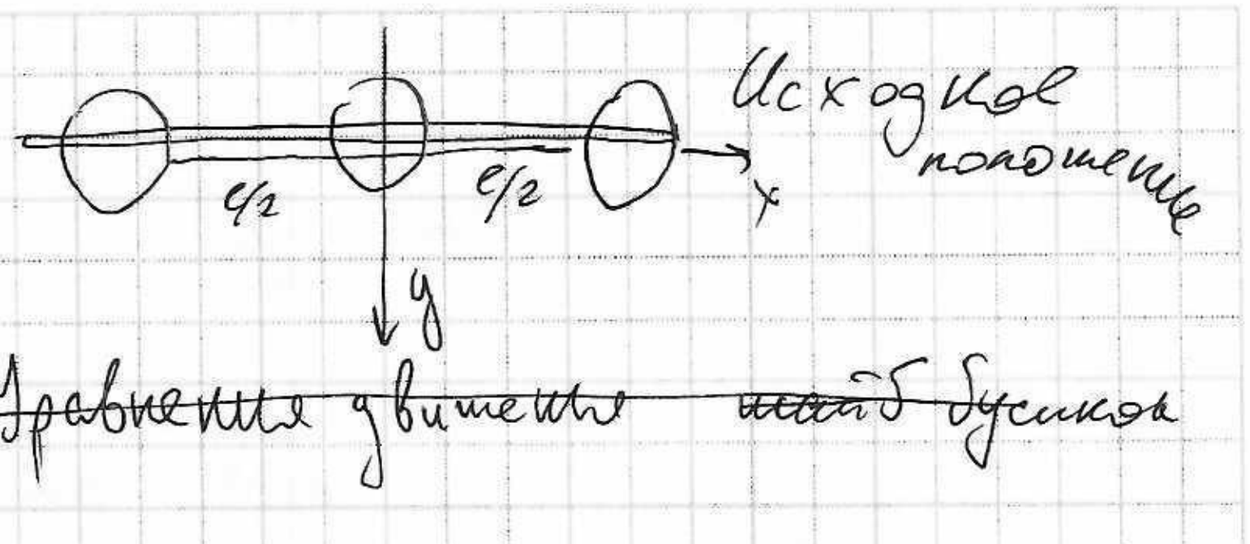
olymp.bmstu.ru

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 2





Исходное положение

Уравнения движения ~~шаб~~ бусинок

$m = 0{,}1$

$l = 1{,}5\ м$

$h = 0{,}45\ м$

$v = ?$

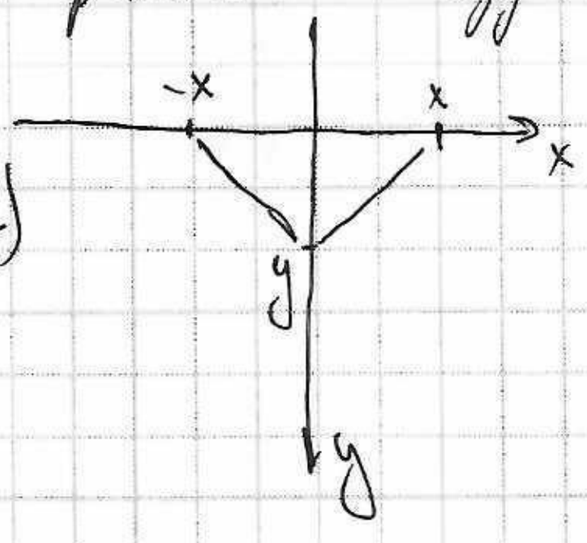
$v_1 = 2$

$T = ?$

В силу симметрии скорости левой и правой бусинок равны по модулю

Для $C = const$

$\frac{l^2}{4} = x^2 + y^2$ (по т. Пифагора)



Продифференцируем по t

$0 = 2x \cdot v_x + 2y \cdot v_y$ $\quad (v_x = -v)$

$v_1 \cdot x = v_1 \cdot y$

$\frac{v}{v_1} = \frac{y}{x} = \frac{3}{4}$

$y = 0{,}45$

$x = \sqrt{\frac{l}{2} - y^2} = 0{,}6$

Ещё раз продифф. по t

$0 = v_x \cdot a_x + v_y \cdot a_y$

$\frac{a}{a_1} = \frac{4}{3}$

Соотношение справедливо для конкретного момента

II ЗН для нижней бусинки

$2mg - 2T\cos\alpha = 2ma_1 = 2m \cdot \frac{3a}{4}$

II ЗН для боковой $\quad 2mg = 2T\cos\alpha + \frac{3}{2}T\sin\alpha$

$T\sin\alpha = ma$

$2T\sin\alpha = 2ma$

$T = \frac{2mg}{2\cos\alpha + \frac{3}{2}\sin\alpha} = \frac{5}{6}H \approx 0{,}83\ H$

$a = \frac{T\sin\alpha}{m} = \frac{20}{3}\ м/с^2$

$\cos\alpha = \frac{3}{5}$

$\sin\alpha = \frac{4}{5}$

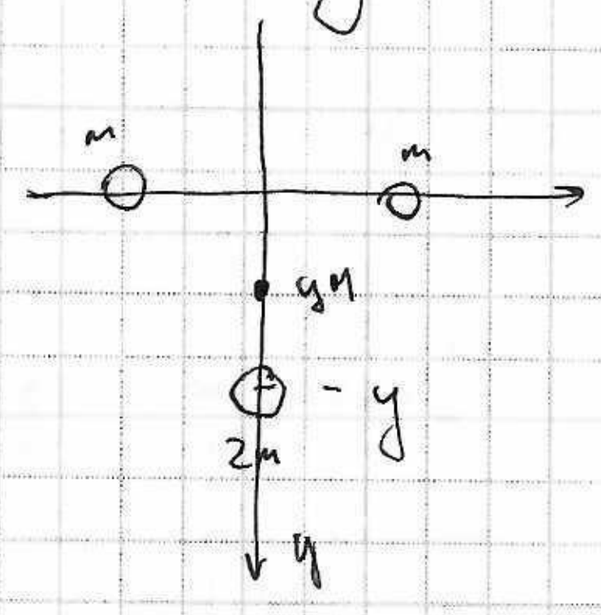
Можно использовать оборот листа для записи решений

$\frac{v}{v_1} = \frac{3}{4}$

Запишем ~~закон~~ ЗСЭ для системы

$$-\Delta E_n = \frac{M v_{cm}^2}{2}$$

$$\Delta E_n = 2mgh = \frac{4m}{2} v_{cm}^2 \qquad v_{cm} = \sqrt{gh} = \sqrt{4{,}5}\ м/с^2 \approx 2{,}12\ м/с$$



Для любого момента справедливо

$$2y_{cm} = y$$

$$v_{cm} = \frac{v_2}{2} \Rightarrow v_2 = 2v_{cm} = 3\sqrt{2}\ м/с \approx 4{,}24\ м/с$$

$$\Rightarrow v = \frac{4}{4} \frac{3}{4} v_1 = \frac{3\sqrt{2}}{4} \approx 3{,}18\ м/с$$

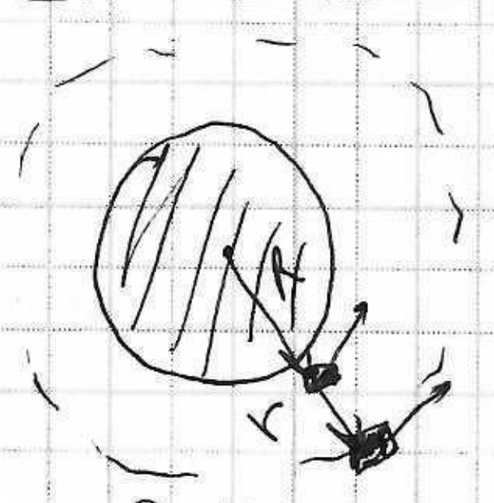
Ответ: $v_2 = 4{,}24\ м/с^2$ $v = 3{,}18\ м/с^2$ $T = 0{,}83\ Н$

№2

$T = 24$ часа

$\min(r - R) = ?$

r — расстояние от центра до орбиты



Условие минимума:

второй спутник пролетает над станцией 2 раза в сутки =>

$$\Rightarrow 2T_2 = T_1 \qquad T_1 = 24\ часа$$

$$G\frac{m_1 M}{R^2} = m_1 \frac{v_1^2}{R} \qquad v_1^2 = G\frac{M}{R} \Rightarrow R = \frac{GM}{v_1^2}$$

$$G\frac{m_2 M}{r^2} = m_2 \frac{v_2^2}{r} \qquad v_2^2 = \frac{GM}{r} \Rightarrow r = \frac{GM}{v_2^2}$$

$$T_1 = \frac{2\pi R}{v_1} \qquad R = \frac{T_1 v_1}{2\pi}$$

$$\frac{T_1}{2} = \frac{2\pi r}{v_2} \qquad r = \frac{T_1 v_2}{2 \cdot 2\pi}$$

$$r - R = \frac{T_1}{2\pi}\left(\frac{v_2}{2} - v_1\right)$$

olymp.bmstu.ru

N ситуационная задача

$V = 1л$

$M_{O_2} = 9,72 г$

$T = 293 K$

$m_к M = m(Al)$

$\frac{m}{2}$

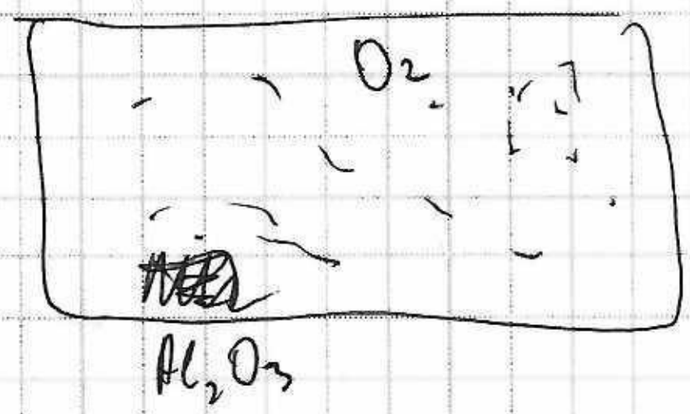
$T_1 = 2300 K$

$C_к$ - кислород

C_A - алюм

T_2

Ответ: $M = 0,405_2$



Доп. энергия, выделившаяся при диссоциации

$E = E_0 \cdot \nu\left(\frac{m}{10}\right) = 1113,75 Дж$

$\left(\frac{m}{2} C_к + m_1 C_A\right) T_{см} = \frac{m}{2} C_к \cdot T + m_1 C_A T_2$

$T_{см} = 1734,6 K$

$T_{max} = T_{см} + \frac{E}{\frac{5}{2}\nu(2\nu_2 + \frac{3}{10}\nu_1)R} = 3801,7 K$

$4Al + 3O_2 \xrightarrow{P_t} 2Al_2O_3$

Значит

$\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{\nu(Al)}{\nu(O_2)} = \frac{4}{3}$

$\nu_1 = \frac{m}{2\mu(O_2)} = 0,0125$ моль (Реагирует лишь половина кислорода)

$\nu_2 = \frac{4}{3}\nu_2$

$m(Al) = M = \nu_2 \cdot \mu(Al) = \frac{4}{3}\nu_1 \cdot \mu(Al) = 0,405_2$

$pV = \nu RT$

$p_{max} V = \nu R T_{max}$

У.р. теплового баланса

$Q_1 = Q_2$; $\frac{m}{2} C_к (T_{max} - T_{см}) = M_1 C_A (T_1 - T_{см})$

$\nu\left(\frac{m}{10}\right) = \frac{m}{10\mu(O_2)} = \frac{9}{4000}$ моль

$m_1 = \frac{\nu_1 \cdot 2}{3} \cdot \mu = 0,765_2$

$E = \Delta U = \left(\frac{5}{2}\frac{\nu_1}{5} \cdot 4 \cdot R + \frac{3}{2}\frac{\nu_2}{5} \cdot R\right)(T_{max} - T_{см})$

$p_{max} = 916341,8$

Ответ: $p_{max} = 916341,8 Па$

